

EP16 - Signal analogique et signal numérique

Introduction

Un **signal analogique** est un signal continu dans le temps et continu en amplitude. La quasi-totalité des phénomènes physiques est perçue par l'intermédiaire de signaux analogiques (son, lumière, température, déplacement...).

Les capteurs analogiques transforment ces signaux en tensions analogiques que l'on peut traiter par un système analogique.

Un **signal numérique** est un signal discret en temps et en amplitude. L'information y est codée par une suite de nombres associés à la grandeur qu'ils représentent.

Les signaux numériques ont pris une importance considérable depuis environ une vingtaine d'années et sont omniprésents dans les technologies courantes (CD, TNT, USB, ordinateurs...). Ils ont l'avantage de pouvoir être transmis avec une qualité nettement supérieure aux signaux analogiques et sont plus faciles à traiter et analyser (FFT, application logicielle d'une fonction de transfert...).



Le passage d'un signal analogique à un signal numérique se fait par l'intermédiaire d'un convertisseur analogique-numérique (CAN ou ADC) tel qu'un convertisseur flash par exemple. On va voir dans la première partie de l'exposé comment faire cette conversion en commençant par les critères d'échantillonnage, la quantification, puis une analyse spectrale pour voir les effets de la numérisation sur le signal.

Remarque : après le traitement d'un signal numérique, il est parfois utile de repasser à un signal analogique. Cela se fait avec un convertisseur numérique analogique (CNA ou DAC) tel qu'un convertisseur à réseau de résistances par exemple.

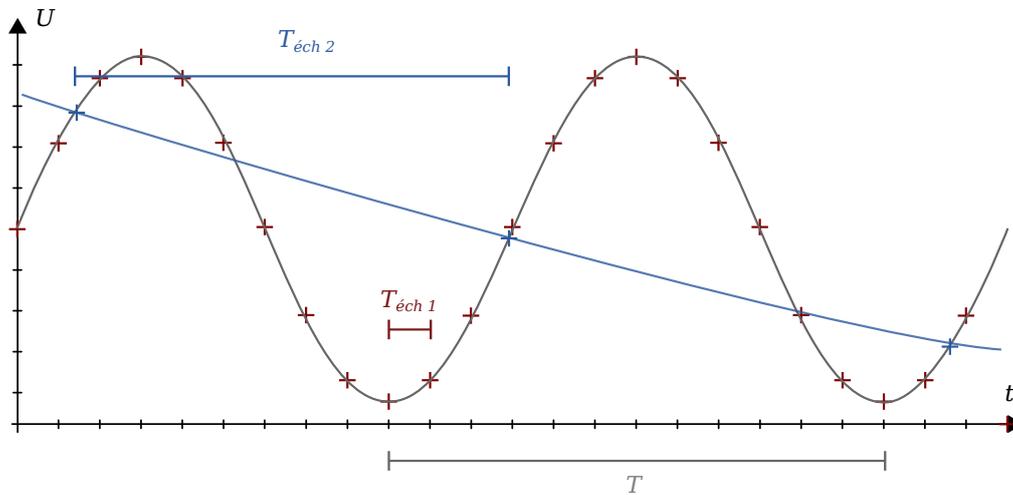
Dans la deuxième partie de l'exposé, on va présenter une activité expérimentale permettant d'aborder la numérisation d'un signal en classe de terminale S.

Première partie (post-bac)

Échantillonnage

On part d'un signal analogique sinusoïdal.

Le but de l'**échantillonnage** va être de prélever les valeurs de ce signal à intervalles réguliers.



Intuitivement, on voit sur la courbe qu'il va falloir prélever plusieurs points sur une période du signal pour pouvoir le reproduire le plus fidèlement possible. En réalité, il faut au moins échantillonner 2 valeurs par période, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage $f_{éch}$ supérieur au double de la fréquence du signal.

Si le signal est plus compliqué, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la fréquence la plus élevée du signal de départ :

$$f_{éch} > 2f_{max}$$

C'est ce qu'on appelle le **critère de Nyquist-Shannon**. En pratique, on essaie d'avoir une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de $10f_{max}$.

Si ce critère n'est pas respecté, on observe un effet stroboscopique (cf. **expérience 1**).

Expérience 1

Acquisition d'une tension sinusoïdale de 2 000 Hz avec une fréquence d'échantillonnage de 500 Hz, 2 000 Hz, 4 000 Hz, 20 000 Hz et 40 000 Hz.

Quantification

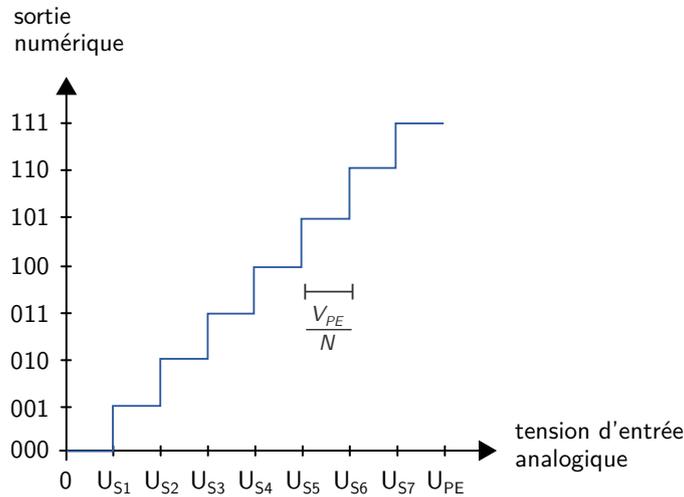
Lors de la phase de **quantification**, les valeurs mesurées (échantillonnées) sont ramenées à un ensemble fini de valeurs codées en nombres binaires sur N bits.

Le CAN va être sensible à une plage de tensions analogiques allant de 0 à U_{PE} (pour pleine échelle) et cette plage va être divisée en $2^N - 1$ intervalles.

Les tensions de seuil $U_{Sk} = k \times U_{PE} / 2^N$ vont définir les valeurs de sorties.

Plus la résolution (le nombre N de bits) est grande, plus le signal numérique de sortie est une image précise du signal analogique d'entrée.

En pratique, la tension du signal analogique à convertir doit être proche (mais inférieure) à la U_{PE} (la pleine échelle ou le calibre). En effet, si $N = 12$ et $U_{PE} = 5$ V, le pas de quantification sera égale à $5/4096 = 1,2$ m. Cela correspond à une erreur relative de quantification de 0,02 % pour une tension de 5 V mais environ 25 % pour une tension de 5 mV.



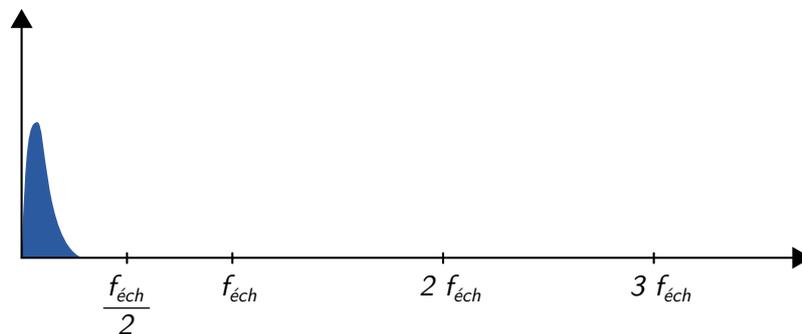
Analyse spectrale

L'**analyse spectrale** consiste à remplacer la description du signal en fonction du temps par une description du signal en fonction des fréquences.

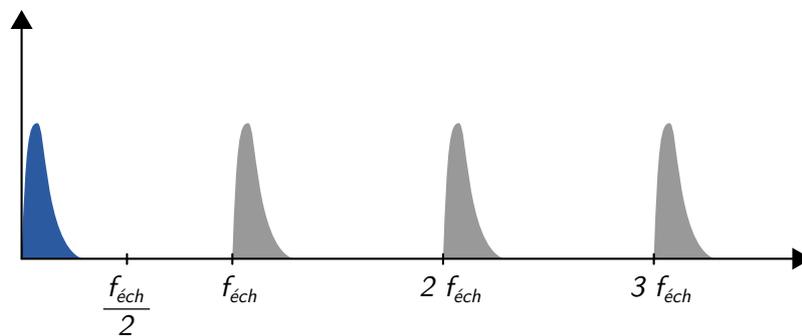
La **transformation de Fourier** du signal numérique est facilitée et peut se faire rapidement avec un algorithme appelée la *transformation de Fourier rapide (FFT)*.

Au signal $\{x_n\}_{0 < n < N-1}$ va correspondre un spectre $\{f_k\}_{0 < k < N-1}$ avec :

$$f_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi n k}{N}}$$



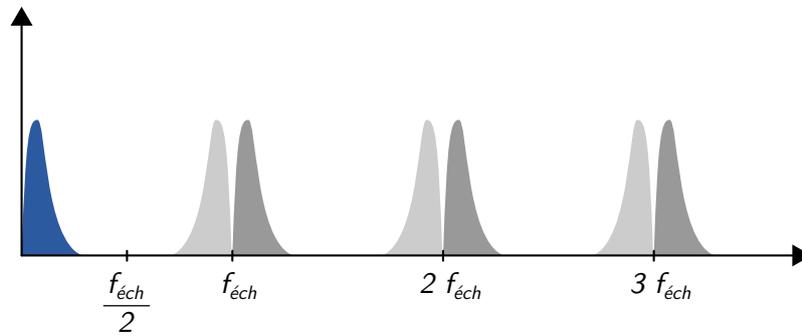
Le spectre est périodique : $f_{k+N} = f_k$.



Et symétrique par rapport à $f_{éch}/2$: $f_{N-k} = f_k$.

En général, on ne trace que le spectre de 0 à $f_{éch}/2$ qui est suffisant.

Si le critère de Nyquist-Shannon n'est pas respecté, certaines hautes fréquences indésirables vont apparaître dans le spectre à cause de la symétrie : c'est le **phénomène de repliement**.



Expérience 2

Afficher la FFT d'un signal sinusoïdal de fréquence $f = 1\,000$ Hz avec une fréquence d'échantillonnage $f_{éch} = 10\,000$ Hz puis augmenter la fréquence jusqu'à ce qu'elle atteigne $f_{éch}/2 = 5\,000$ Hz. On observe le repliement.

Remarques : pour un signal qui comprend des harmoniques élevées (par exemples un créneau) on évite le repliement en utilisant au préalable un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure égale à $f_{éch}/2$.

Partie pédagogique

La première rencontre avec la conversion analogique-numérique se fait au collège en cycle 4 lors de l'utilisation des multimètres (bien que le lien avec la conversion de signaux ne soit pas évoqué dans le programme). Se pose alors la question des différents calibres dont le rôle et l'intérêt n'est pas toujours bien compris des élèves.

La conversion de signaux analogique-numérique intervient ensuite de façon plus explicite au lycée en terminale scientifique dans la partie « transmettre et stocker de l'information » et en STL/STI2D dans « communication dans l'habitat ».

On propose d'analyser 2 séances successives de 2 heures de travaux pratiques en groupes en classe de terminale S.

Ces deux séances se font en fin d'année. La partie sur les ondes et leurs propriétés a déjà été vue par les élèves en cours d'année et les élèves ont vu lors d'une séance précédente la notion de signal numérique ou analogique et ils savent comment coder un nombre en binaire.

Échantillonnage

La première activité expérimentale a pour but de mettre en évidence les problèmes d'échantillonnage rencontrés lors de la conversion d'un signal analogique.

Les élèves vont mettre en évidence le critère de Nyquist-Shannon.

Dans un premier temps, le critère de Shannon est mis en évidence visuellement de façon intuitive. Les élèves font l'acquisition d'un signal électrique sinusoïdal fourni par un GBF. Ils commencent par une fréquence d'échantillonnage élevée ($f_{\text{éch}} > 10f_{\text{max}}$) et visualisent la tension obtenue sur l'écran. Ils recommencent avec des fréquences d'échantillonnage de plus en plus faibles jusqu'à une fréquence d'échantillonnage égale ou plus faible que celle du signal analogique de départ. Dans chaque cas, ils comparent la forme et la qualité du signal numérisé.

À l'aide d'un document présentant le critère de Shannon, les élèves vérifient l'accord entre ce critère et les résultats qu'ils ont obtenus.

Dans un deuxième temps, on va rattacher la numérisation à un cas concret susceptible de se rapprocher au quotidien des élèves : la numérisation d'un son. Les élèves vont réaliser l'acquisition d'un son de durée déterminée à une fréquence d'échantillonnage de 44,1 kHz et à des fréquences d'échantillonnage plus élevées et plus faibles.

Les sons seront ensuite écoutés et analysés (avec Audacity par exemple). On demandera aux élèves de porter un regard critique sur le choix de la fréquence de 44,1 kHz par exemple dans les fichiers MP3. Au delà d'une certaine fréquence, les élèves constatent que la qualité du son varie peu alors que la taille du fichier augmente nettement.

Quantification

La deuxième activité a pour but de donner à l'élève une idée de ce qu'il se passe dans un CAN en réalisant une expérience permettant de quantifier une tension.

Dans un premier temps l'élève réalise un montage avec plusieurs ponts dans le but d'obtenir des tensions pondérées en fonction de la position ouverte ou fermée de 4 interrupteurs.

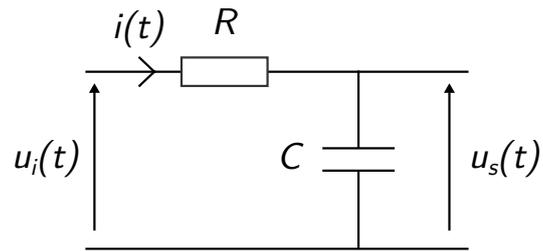
Ce circuit permet d'obtenir la quantification d'une tension sur 4 bits, soit d'obtenir 16 valeurs quantifiées séparées par un pas constant.

Dans un deuxième temps, l'utilisation d'un circuit comparateur avec une source de tension quelconque va permettre de retrouver le nombre binaire associé à cette tension et de comparer la tension quantifiée correspondante à celle mesurée avec un voltmètre.

On pourra demander à l'élève de réfléchir à la précision de la méthode et la nécessité d'utiliser davantage de bits. On pourra également demander à l'élève de faire le lien avec le calibre d'un appareil en le questionnant sur la façon de procéder dans le cas où la tension à comparer est très petite.

Annexes

Circuit RC numérique



L'équation différentielle du circuit RC est :

$$\tau \frac{du_s(t)}{dt} + u_s(t) = u_i(t)$$

Numériquement :

$$\begin{aligned} \frac{du_s(t)}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u_s}{\Delta t} \\ &\approx \frac{\Delta u_s}{T_{\text{éch}}} \quad \text{car } \Delta t = T_{\text{éch}} \ll 1 \\ &= \frac{u_{s_n} - u_{s_{n-1}}}{T_{\text{éch}}} \end{aligned}$$

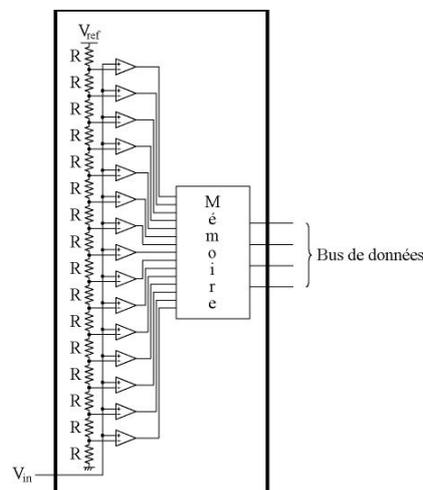
Donc :

$$\tau \frac{u_{s_n} - u_{s_{n-1}}}{T_{\text{éch}}} + u_{s_n} = u_{i_n}$$

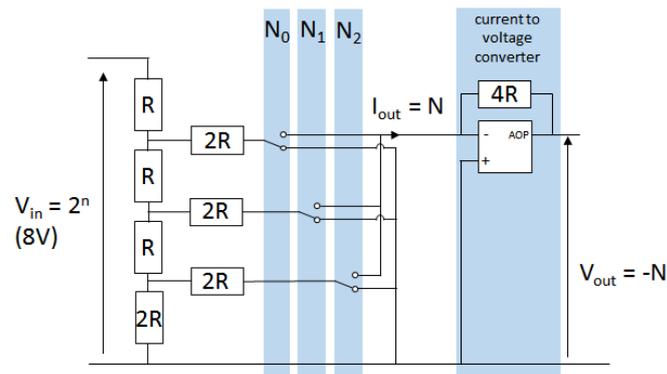
et

$$u_{s_n} = \frac{\tau}{\tau + T_{\text{éch}}} u_{s_{n-1}} + \frac{T_{\text{éch}}}{\tau + T_{\text{éch}}} u_{i_n}$$

CAN flash



CNA à réseaux



FFT

Pour l'algorithme FFT il faut que :

- le nombre d'échantillons soit important car la précision est $\Delta f = f_{éch}/N$;
- le nombre d'échantillons soit une puissance de 2 ;
- l'analyse soit faite sur un nombre entier de périodes (ce qui n'est pas toujours compatible avec le point précédent).

Bibliographie

- [1] R. Duffait, *Expériences de Physique - CAPES de sciences physiques*, 3 édition (Bréal, 2008).
- [2] G. Dhont, D. Braquart, et É. Pennacin, *Physique-chimie Capes & agrégation, Plans d'exposés et de montages*, 1 édition (de Boeck, 2018).
- [3] T. Gervais, *Electronique : Tome 1, Analyse des signaux, fonctions électroniques de base et réseaux*, 1 édition (Vuibert, 2018).
- [4] M. Ruffenach, T. Cariat, et V. Mora, *Physique Chimie Collection Espace Terminale S - Programme 2012* (Bordas, 2012).

Commentaires

- Introduction : les intérêts du numérique sont que le signal est facile à stocker, à traiter et à transmettre.
- Le signal est quantifié en le multipliant par un *peigne de Dirac*, ce qui ajoute des fréquences dans le signal de départ.
- Ne pas oublier de parler de calibre dans la partie quantification.
- Il faut développer davantage la partie repliement qui est la partie la plus importante.
- On peut utiliser l'analogie du stroboscope.
- Mieux expliquer pourquoi le spectre est symétrique par rapport à $f_{éch}/2$.
- Parler du filtre de restitution et revenir sur le critère de Shannon.
- Pour la partie pédagogique, comparer des fichiers codés sur différents nombre de bits, comparer aussi selon la fréquence d'échantillonnage. Voir la banque ECE éventuellement pour les fichiers.